PAP 2.1
Versuch 222: "Heißluftmotor"

Jonas Schweer

5. März 2025

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **2**
- 1.1 Ziel des Versuchs . . . 2
- 1.2 Versuchsaufbau . . . 2
- 1.3 Physikalische Grundlagen . . . 3
  - 1.3.1 Aufbau und Funktion des Heißluftmotors . . . 3
  - 1.3.2 Der Stirlingprozess . . . 5
  - 1.3.3 Thermodynamisch Beschreibung . . . 6
  - 1.3.4 Regenerator . . . 7
  - 1.3.5 Betrieb als Wärmepumpe oder Kältemaschiene . . . 7

2 Messprotokoll **7**

3 Auswertung **11**
- 3.1 Auswertungsaufgabe 1 . . . 11
- 3.2 Auswertungsaufgabe 2 . . . 12
- 3.3 Auswertungsaufgabe 3 . . . 14

4 Zusammenfassung und Diskussion **16**

5 Anhang **17**

1 Einleitung

Anmerkung: Alle Bilder, welche in diesem Abschnitt verwendet wurden, sind aus dem Praktikumsskript übernommen worden.
Quelle: 'Physikalisches Praktikum PAP2.2 für Studierende der Physik B.Sc' - Jens Wagner, Februar 2025

1.1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch wollen wir uns Heißluftmotor vertraut machen. Insbesondere wollen wir uns anschauen, wie er sowohl als Wärmemaschine, Kältemaschine und auch als Motor betrieben werden kann. Wir wollen seinen Wirkungsgrad aus zwei verschiedenen Methoden berechnen. Einmal durch ein pV-Diagramm und einmal durch eine Arbeitsmessung.

1.2 Versuchsaufbau

Der Aufbau dreht sich zentral um den Stirling-Motor. Wir nutzen in diesem Versuch einen β-Motor, das heißt in ihm sind die beiden Kolben phasenverschoben übereinander angebracht. Hier ein Foto des Aufbau:

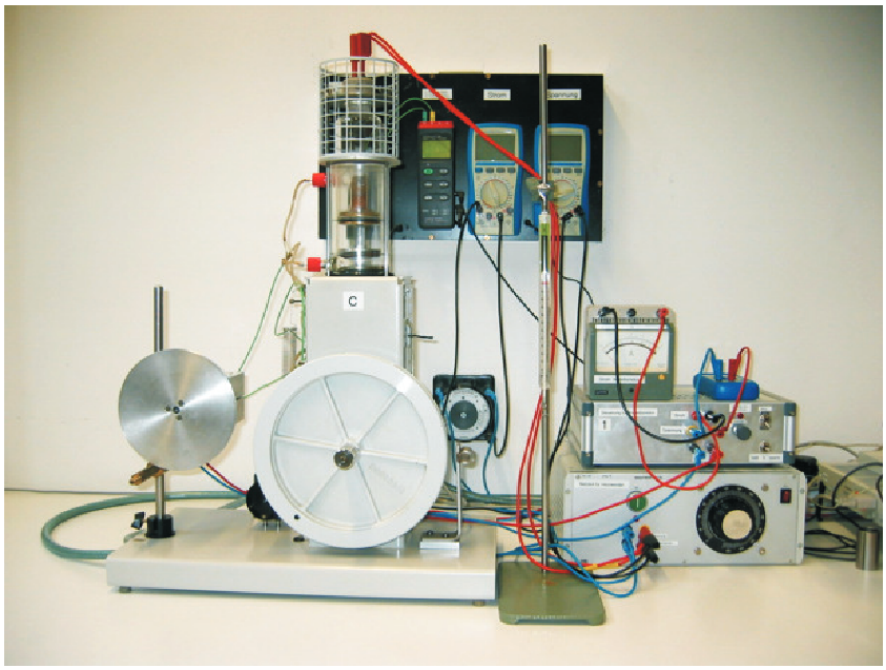


Abbildung 1: Verwendeter Heißluftmotor

Wir können zwischen verschiedenen beiliegenden Zylinderköpfe wechseln und oben auf dem Motor montieren. Auch daneben steht ein Netzteil, mit der wir die Heizwendel verstellen können, ein Computer, mit dem wir die Druck-, Temperatur-, und Wegmessungen durchführen können, ein Dreikanalthermometer (das die Temperaturen noch einmal in Echtzeit abbildet), ein Multimeter für die Strom- und Spannungsmessungen, ein Durchflussmengen-Messgerät um die Flussrate des Kühlwassers zu überwachen und

einen Zaum mit Kraftmessgerät um später die Drehmoment-Messung durchzuführen. Ist der Zaum und der Kraftmesser richtig montiert, so sieht der Aufbau folgendermaßen aus:

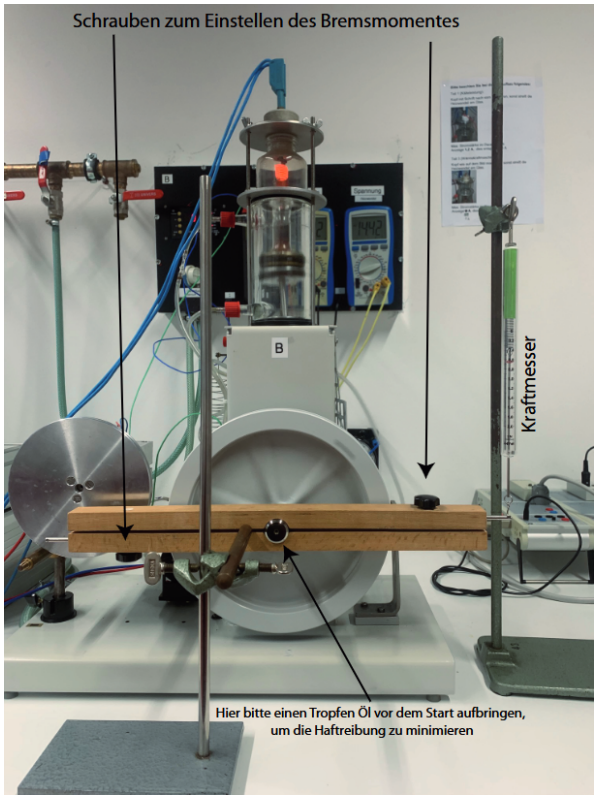


Abbildung 2: Aufbau für Drehmoment-Messung

1.3 Physikalische Grundlagen

1.3.1 Aufbau und Funktion des Heißluftmotors

Heißluft-Motoren werden in α-, β-, und γ-Motoren klassifiziert. Mit dem α-Motor werden wir uns nicht weiter beschäftigen. Die Funktionsweise werden wir uns an einem γ-Motor anschauen, da dieses besser zu verstehen ist. Im Versuch selbst haben wir allerdings einen β-Typen verwendet. Der große unterschied zwischen den beiden Typen ist im wesentlichen die Kopplung der beiden Kolben.
Der Aufbau eines γ-Motors sieht so aus:

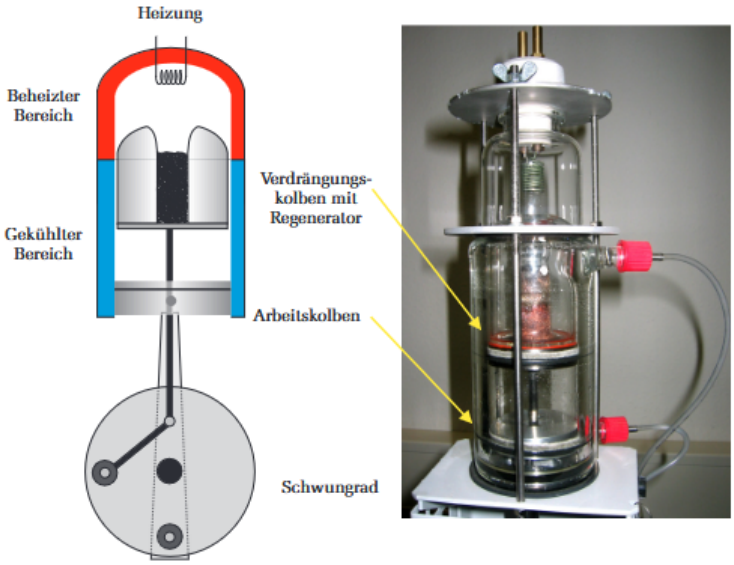


Abbildung 4: Aufbau eines β-Typ Stirling-Motor

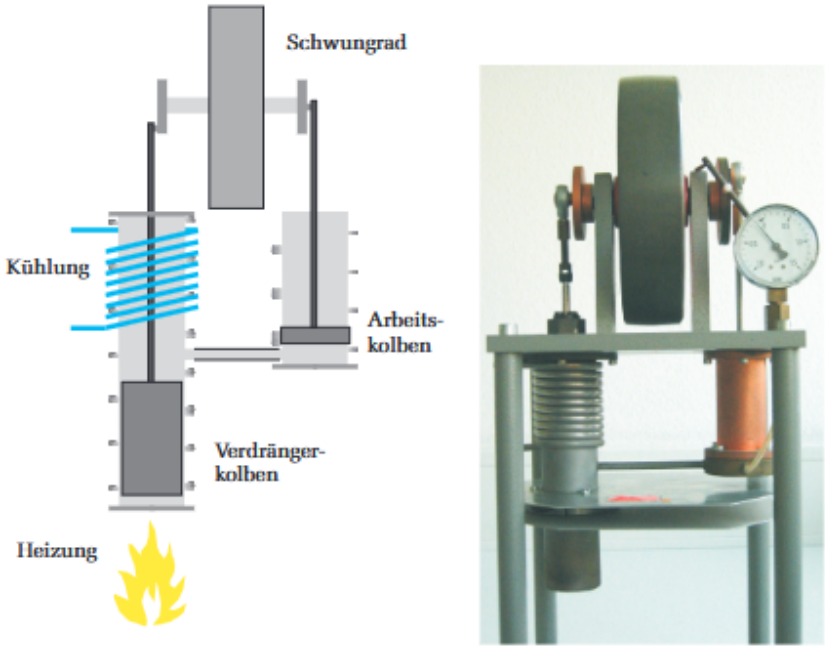


Abbildung 3: Aufbau eines γ-Typ Stirling-Motor

Die Funktionsweise lautet nun so: Der Verdrängerkolben ist dazu da, um das eingefüllte Gas von dem oberen Teil des Rohrs in den unteren zu schieben. Ist er also im oberen Teil, so muss das Gas im unteren sein. Dabei wird das Volumen nicht geändert und das Gas nicht komprimiert, lediglich um-positioniert. Die tatsächliche Arbeit wird dann durch den Arbeitskolben verrichtet (überraschend, ich weiß). Die einzelnen Schritte werden im nachfolgenden Abschnitt genauer erklärt. Bei einem β-Typ sind die Zylinder nicht in separaten Rohren, sondern im selben, dafür Phasenverschoben. Hier ein Bild: Die Funktionsweise ist prinzipiell aber die selbe, nur ist es vielleicht nicht ganz so

einfach, die einzelnen Schritte zu visualisieren.

1.3.2 Der Stirlingprozess

Der Stirlingprozess beschreibt den zyklischen Ablauf im inneren eines Stirling-Motors. Die einzelnen Zustände mit ihren Übergängen können durch dieses pV-Diagramm beschrieben werden.

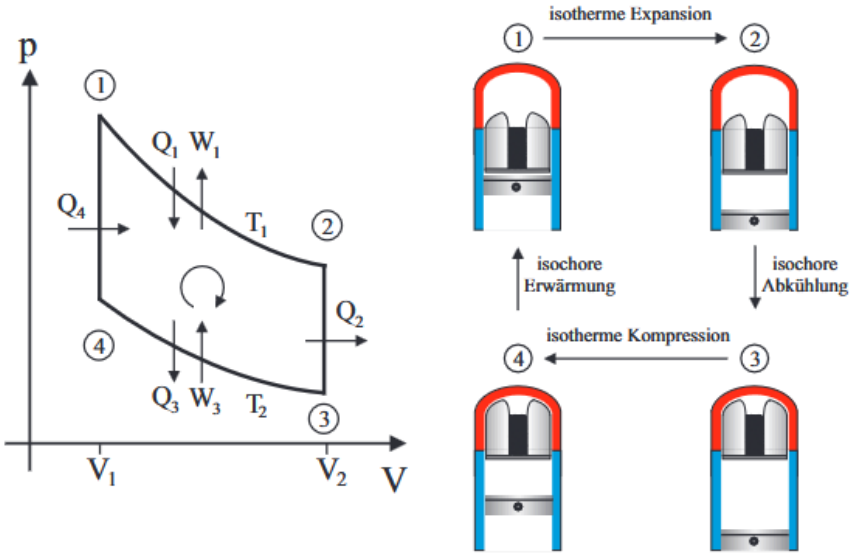


Abbildung 5: Stirling-Prozess, rechts die zugehörigen Zylinderpositionen

$1 \rightarrow 2$:
Bei diesem Übergang startet der Verdrängerkolben in seiner untersten Position und bleibt dort auch. Das Gas, welches sich im oberen Teil des Zylinders befindet, nimmt Wärmemenge Q_1 auf und dehnt sich aus. Durch diese **isotherme Expansion** wird der Arbeitskolben nach unten gedrückt und verrichtet somit Arbeit W_1. Die Temperatur bleibt jedoch konstant bei T_1.
$2 \rightarrow 3$:
Nun bewegt sich der Verdrängerkolben von seinem niedrigsten Punkt nach ganz oben. Das ganze Gas befindet sich nun also im kalten Zylinderbereich und kühlt ab. Unter Abgabe von Wärme Q_2 sinkt die Temperatur von T_1 auf T_2 ab. Da sich der Arbeitskolben nicht bewegt, und das Volumen konstant bleibt, ist das eine **isochore Abkühlung**.
$3 \rightarrow 4$:
Der Arbeitskolben bewegt sich nun wieder nach oben. Dabei wird das kalte Gas komprimiert und gibt Wärme Q_3 ab. Dafür musste der Kolben Arbeit W_3 verrichten. Die Temperatur verändert sich bei dieser **isothermen Kompression** nicht.
$4 \rightarrow 1$:
Schließlich bewegt sich der Verdrängerkolben wieder zurück nach unten, wir kommen bei der Ausgangsposition an. Das Gas erhitzt sich und nimmt Wärme Q_4 auf. Die Temperatur ändert sich wieder von T_2 auf T_1, das Volumen bleibt konstant. Dieser Abschnitt ist also eine **isochore Erwärmung**

Dieser Prozess ist allerdings idealisiert. In Wirklichkeit überlappen die Übergänge immer etwas. Das ist allein schon durch die kontinuierliche Bewegung der Kolben gegeben, was bei dem idealen Stirling-Prozess nicht der Fall wäre. Auch das pV-Diagramm in Abbildung 5 würde nicht so entstehen. Stattdessen sind die kanten eher abgerundet. Eine tatsächlich reelle Beobachtung würde so aussehen:

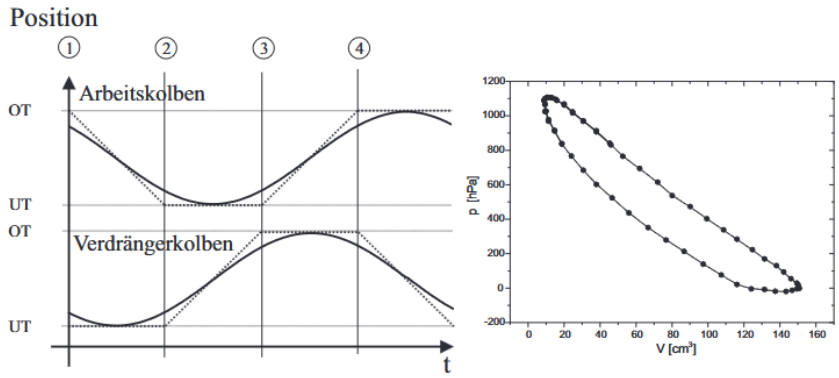


Abbildung 6: Links: Tatsächliche Kolbenbewegung im Vergleich zu den idealisierten (gepunktete Linie), Rechts: Real beobachtbares pV-Diagramm

1.3.3 Thermodynamisch Beschreibung

Im Endeffekt kann hier alles mit Folgenden beiden Formeln beschrieben werden:

$$dQ = C_V \nu dT + pdV \tag{1}$$
$$pV = \nu RT \tag{2}$$

Die obere Gleichung folgt direkt aus dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik, mit der Beziehung $dU = C_V \nu dT$. Dabei ist C_V die molare Wärmekapazität, ν die Gasmenge in mol, dT die infinitesimale Änderung der Temperatur, p der Druck und dV die infinitesimale Änderung des Volumens. Die untere Gleichung ist die Ideale Gasgleichung. Bei ist beschreibt auch wieder p den Druck, V das Volumen, ν die Stoffmenge in Mol und T die Temperatur. R ist die ideale Gaskonstante. Analysieren wir nun die relevanten Größen bei den Übergängen:

Übergang	$C_V \nu dT$	pdV	$\int dQ_n$	Q_n	benutzte Eigenschaft
$1 \to 2$	0	$\frac{\nu RT_1}{V} dV$	$\int_{V_1}^{V_2} \frac{\nu RT_1}{V} dV$	$\nu RT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$	isotherm, $p = \frac{\nu RT_1}{V}$
$2 \to 3$	$C_V \nu dT$	0	$\int_{T_1}^{T_2} C_V \nu dT$	$-C_V \nu (T_1 - T_2)$	isochor
$3 \to 4$	0	$\frac{\nu RT_2}{V} dV$	$\int_{V_2}^{V_1} \frac{\nu RT_2}{V} dV$	$-\nu RT_2 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$	isotherm, $p = \frac{\nu RT_2}{V}$
$4 \to 1$	$C_V \nu dT$	0	$\int_{T_2}^{T_1} C_V \nu dT$	$C_V \nu (T_1 - T_2)$	isochor

Tabelle 1: Alle Wärmeänderungen bei den Stirling-Kreisprozessübergängen hergeleitet

Die Nutzarbeit W_N wird mit dem Kurvenintegral über den gesamten Kreisprozess berechnet:

$$W_N = \oint p \, dV \tag{3}$$

Aus Tabelle 1 kennen wir bereits das Integral über die Teilwege, also ist die Nutzarbeit:

$$W_N = \nu R(T_1 - T_2) \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \tag{4}$$

Wir können nun den idealen thermischen Wirkungsgrad definieren:

$$\eta_{th} = \frac{W_N}{Q^+} \tag{5}$$

Dabei ist Q^+ die aufgenommene Wärmemenge des Systems, also Q_1 und Q_4 (siehe Abbildung 5). Extrahieren wir diese Werte wieder aus Tabelle 1, so ist der theoretische Wirkungsgrad letztendlich:

$$\eta_{th} = \frac{\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)}{\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + \frac{C_V}{R}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)} \tag{6}$$

1.3.4 Regenerator

Um den Wirkungsgrad eines Stirlingmotors zu verbessern, nutzt man einen Regenerator. In unserem Versuch ist dieser ein Stück Kupferwolle. Der Regenerator wird im Inneren des Verdrängerkolben befestigt. Seine Aufgabe ist es, die Wärmemenge, die das Gas beim Durchlauf in den kalten Bereich abgibt, aufzunehmen und zu speichern. Anschließend gibt er diese Wärmemenge beim Übergang in den warmen Bereich wieder ab. Somit wird Q_4 bei einem idealen Regenerator nicht von außen zugefügt, sondern kommt aus der Kupferwolle. Wir können also bei der Berechnung des Wirkungsgrads idealerweise Q_4 streichen, und kommen dann mit $Q^+ = Q_1$ auf:

$$\eta_{th}^R = 1 - \frac{T_2}{T_1} \tag{7}$$

Also den selben Wirkungsgrad, wie ein Carnot-Prozess (maximal möglicher Wirkungsgrad)

1.3.5 Betrieb als Wärmepumpe oder Kältemaschiene

Der Stirling-Prozess ist ein umkehrbarer Kreisprozess. Das heißt, wenn man ihn von außen antreibt, also Arbeit hinzufügt, so kann man Wärme abgreifen oder Abgeben (Wärmepumpe oder Kältemaschiene). Der Kreislauf aus Abbildung 5 dreht sich dann um, sowie alle Pfeile für zufuhr und Abgabe. Der Wirkungsgrad beim Betrieb als Kältemaschiene lautet dann:

$$\eta = \frac{Q_2}{W} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \tag{8}$$

also entzogene Wärmemenge pro zugeführter Arbeit. Bei einer Wärmepumpe wird die Effizienz durch die Leistungsziffer ϵ beschrieben. Für diese folgt:

$$\epsilon = \frac{Q_1}{W} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} > 1 \tag{9}$$

2 Messprotokoll

Messprotokoll Versuch 222: Heißluftmotor

13.02.25
Harish Mahendran
Jonas Schweer

Messinstrumente:

- Heißluftmotor
- regelbares Netzteil für die Heizwendel
- Sensorsystem „Cassy“ mit Druck- Temperatur- und Wegsensor
- PC mit Drucker
- Dreikanal Thermometer
- Multimeter
- Elektrischer Antriebsmotor mit regelbarem Netzteil
- Durchflussmengen- Messgerät des Kühlwassers

Aufgabe 1: Bestimmung der Kälteleistung

In dieser Aufgabe betreiben wir den Stirling-Motor als Kältemaschiene, der obere Teil des Motors soll abgekühlt werden. Nachdem das erledigt ist, nutzen wir eine elektrische Heizung, um die Ursprungstemperatur wieder herzustellen. Wir notieren die Temperaturen, die Heizspannung, den Heizstrom, die Drehfrequenz und den Volumenstrom.

Heizstrom: $I_H = 5{,}85\ A$ Fehler: 5%
Heizspannung: $U_H = 5{,}7\ V$ Fehler: 5%
Drehfrequenz: $f = (292{,}0 \pm 2{,}0)\ min^{-1}$
Temperatur (Zufluss): $T_{zu} = (17{,}3 \pm 0{,}10)°C$
Temperatur (Abfluss): $T_{ab} = (20{,}4 \pm 0{,}10)°C$
$\Rightarrow \Delta T = (3{,}10 \pm 0{,}14)°C$ (mit Fehler: $\sqrt{\Delta T_{zu}^2 + \Delta T_{ab}^2}$)
Volumenstrom: $\dot{V} = (270 \pm 3)\ \frac{ml}{min}$

Die Fehler wurden aufgrund von Schwankungen abgeschätzt.

Aufgabe 2: Betrieb als Wärmepumpe und Kältemaschiene

Wir verwenden den Stirling-Motor erneut als Kältemaschiene, diesmal um 1 ml Wasser gefrieren zu lassen. Wir nehmen den Verlauf der Zu- und Abflusstemperatur des Kühlwassers auf und bestimmen die Dauer, bis das Wasser gefriert.

Aufgabe 2: Betrieb als Kältemaschine und Wärmepumpe
Im Reagenzglas $(1{,}0 \pm 0{,}2)$ ml
$T_{zu} = (17{,}90 \pm 0{,}10)°C$ $T_{ab} = (19{,}30 \pm 0{,}10)°C$

- Kältemaschine: Drehzahl: $f = (311{,}8 \pm 1{,}0)\ \frac{1}{min}$
  Am Motor: $U_H = (24{,}10 \pm 0{,}10)\ V$ $I_H = (11{,}50 \pm 0{,}10)\ A$
  Gefrierzeit des Wassers im Reagenzglas aus dem Temperaturplateau: $t_f \approx 245\ s$
- Wärmepumpe: Drehzahl: $f = (300{,}8 \pm 1{,}0)\ \frac{1}{min}$
  Am Motor: $U_H = (24{,}10 \pm 0{,}10)\ V$ $I_H = (12{,}00 \pm 0{,}10)\ A$

Nun nehmen wir den Temperaturverlauf auf, wenn der Motor als Wärmepumpe betrieben wird und machen ein Foto.

Aufgabe 3: Betrieb als Wärmekraftmaschiene

Nun betreiben wir den Heißluftmotor umgekehrt, das heißt, wir generieren Arbeit aus zugeführten Wärmedifferenzen. Die Wärme erhalten wir aus einer Heizwendel. Nachdem der Motor eingelaufen ist, notieren wir wieder folgende Daten:

$I_H = 13{,}8\,A$ Fehler: 5%
$U_H = 13{,}77\,V$ Fehler: 5%

$\dot{V} = (270 \pm 3)\ \frac{ml}{min}$

$T_{ab} = (22{,}20 \pm 0{,}10)\,°C$
$T_{zu} = (17{,}50 \pm 0{,}10)\,°C$
$\Rightarrow \Delta T = (4{,}70 \pm 0{,}14)\,°C$

$f = (282{,}0 \pm 2{,}0)\,min^{-1}$

Wir lassen uns mit CASSY-Lab ein pV-Diagramm plotten, und lassen uns davon den Flächeninhalt berechnen. Das machen wir 3x und mitteln das Ergebnis. Die Standardabweichung gibt dann unseren Fehler

$A_1 = 25400\ cm^3 \cdot hPa$
$A_2 = 26740\ cm^3 \cdot hPa$
$A_3 = 26830\ cm^3 \cdot hPa$

$\Rightarrow \bar{A} = (26300 \pm 700)\ cm^3 \cdot hPa$

Nun wollen wir in einer zweiten Messung die real abgegebene Arbeit bestimmen. Dazu messen wir das Drehmoment mit einem Zaumn. Wir schreiben 3x die Daten auf.

1.
$F = (0{,}70 \pm 0{,}03)\,N$
$I_H = 13{,}8\,A$ Fehler: 5%
$U_H = 13{,}75\,V$ Fehler: 5%
$f = (226{,}0 \pm 2{,}0)\,min^{-1}$

pV-Diagramm: $A_1 = 28100\,cm^3 \cdot hPa$
$A_2 = 31400\,cm^3 \cdot hPa$
$A_3 = 25900\,cm^3 \cdot hPa$
$\bar{A} = (28500 \pm 2300)\,cm^3\,hPa$

2.
$F = (0{,}60 \pm 0{,}03)\,N$
$I_H = 13{,}8\,A$ Fehler: 5%
$U_H = 13{,}75\,V$ Fehler: 5%
$f = (234{,}0 \pm 2{,}0)\,min^{-1}$

pV-Diagramm: $A_1 = 32500\,cm^3\,hPa$
$A_2 = 32600\,cm^3\,hPa$
$A_3 = 31300\,cm^3\,hPa$
$\bar{A} = (32100 \pm 600)\,cm^3\,hPa$

3.

$F = (0{,}45 \pm 0{,}03)\,N$

$I_H = 13{,}8\,A$ Fehler: 5%

$U_H = 13{,}75\,V$ Fehler: 5%

$f = (247 \pm 2{,}0)\,min^{-1}$

pV-Diagramm:

$A_1 = 31800\,cm^3\,hPa$

$A_2 = 33600\,cm^3\,hPa$

$A_3 = 31900\,cm^3\,hPa$

$\bar{A} = (32400 \pm 800)\,cm^3\,hPa$

4.

$F = (0{,}10 \pm 0{,}03)\,N$

$I_H = 13{,}8\,A$ Fehler: 5%

$U_H = 13{,}75\,V$ Fehler: 5%

$f = (289{,}0 \pm 2{,}0)\,min^{-1}$

pV-Diagramm:

$A_1 = 28900\,cm^3\,hPa$

$A_2 = 28800\,cm^3\,hPa$

$A_3 = 29100\,cm^3\,hPa$

$\bar{A} = (28930 \pm 120)\,cm^3\,hPa$

13.02.25

Martin Cosic

3 Auswertung

3.1 Auswertungsaufgabe 1

Zuerst wollen wir bestimmen, wie viel Leistung die Heizwendel bei der Kompensationsmessung freigegeben hat. Die Heizleistung mit ihrem Fehler nach Gauß wird berechnet durch:

$$P = UI \tag{10}$$

$$\Delta P = \sqrt{(U\Delta I)^2 + (I\Delta U)^2} \tag{11}$$

Der Wert den wir erhalten ist:

$$\boxed{P_H = (33.3 \pm 2.4)\text{W}}$$

Die Wärme, welche pro Zyklus in den Kreislauf von der Heizwendel gesteckt wird, lautet also mit $Q = P/f$:

$$\boxed{Q_2 = (6.9 \pm 0.5)\text{J}}$$

Über den selben Weg berechnen wir nun die Leistung, welche der Motor eigentlich liefern sollte. Dazu nutzen wir die Daten zum Motorstrom und zur Motorspannung aus Aufgabe 2. Wir erhalten:

$$\boxed{P_M = (55.4 \pm 2.4)\text{W}}$$
$$\boxed{W_M = (11.4 \pm 0.5)\text{J}}$$

Mit Hilfe der im Skript angegebenen Formel, können wir nun auch W_M experimentell erneut bestimmen. Die Formel lautet:

$$Q_1 = \frac{c_w \rho_w \dot{V} T_{diff}}{f} \tag{12}$$

$$\Delta Q_1 = Q_1 \sqrt{\left(\frac{\Delta T_{diff}}{T_{diff}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \dot{V}}{\dot{V}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2} \tag{13}$$

Der Wert für Q_1 lautet dann:

$$\boxed{Q_1 = (12.0 \pm 0.6)\text{J}}$$

Subtrahieren wir Nun Q_1 von Q_2, so erhalten wir unseren experimentellen Wert von $W_{M,exp}$:

$$\boxed{W_{M,exp} = (5.1 \pm 0.7)\text{J}}$$

Den Wirkungsgrad berechnen wir nun mit Formel (8) ausgerechnet. Der Fehler lautet:

$$\Delta\eta = \eta\sqrt{\left(\frac{\Delta Q_2}{Q_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta W}{W}\right)^2} \tag{14}$$

Als W müssen wir den Wert, den wir mit dem angeschlossenen Strom ausgerechnet haben, nutzen. Der Wirkungsgrad lautet dann:

$$\boxed{\eta = 0.60 \pm 0.05}$$

3.2 Auswertungsaufgabe 2

In dieser Aufgabe haben wir die Temperatur beim Gefrieren und anschließenden Schmelzen von 1ml Wasser gemessen. Die Graphen sahen so aus:

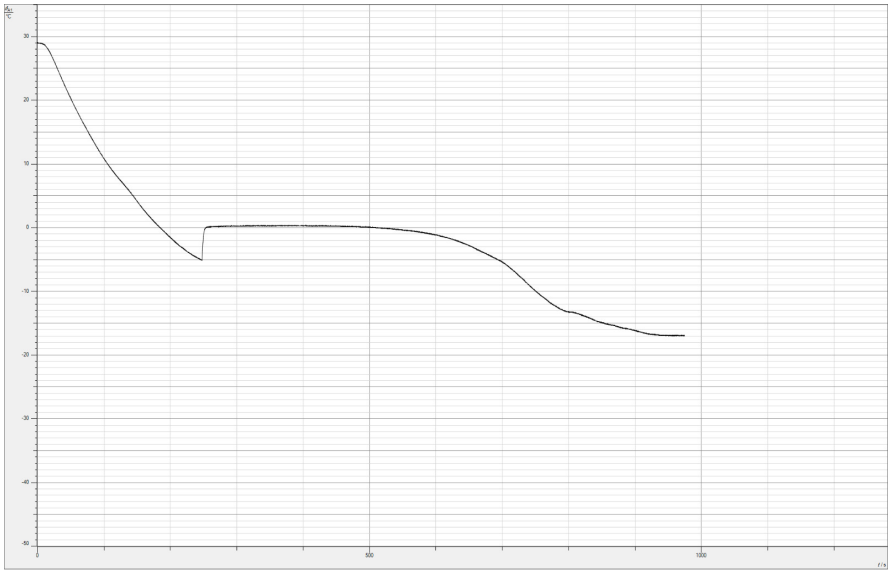


Abbildung 7: Temperaturverlauf beim Betrieb als Kältemaschiene

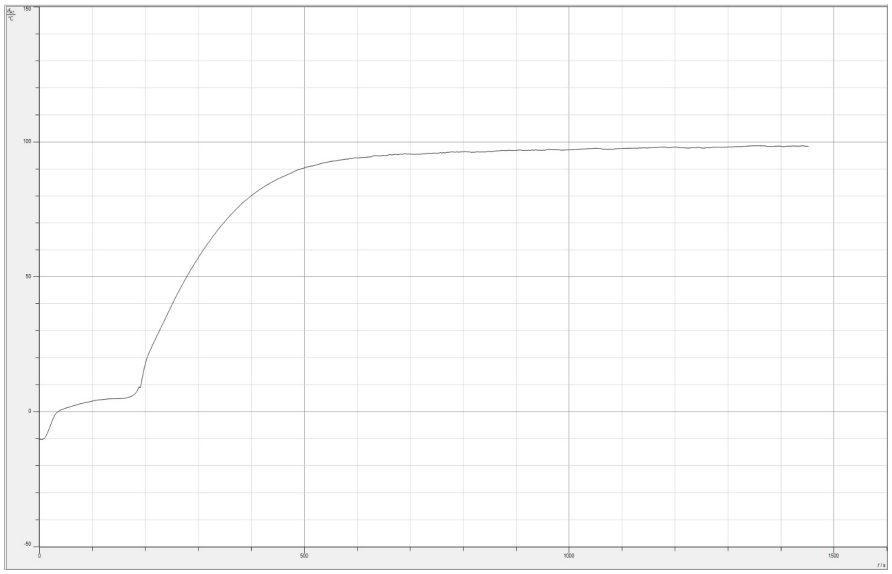


Abbildung 8: Temperaturverlauf beim Betrieb als Wärmemaschiene

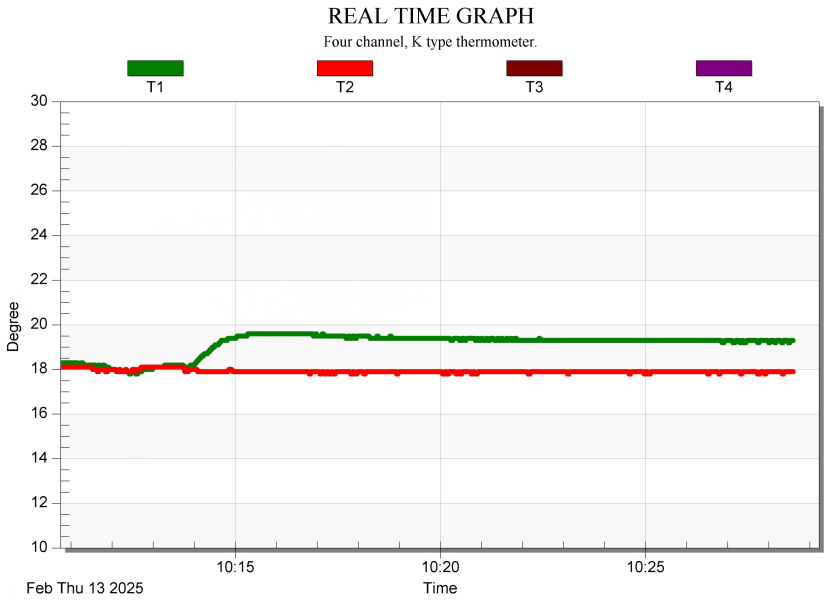


Abbildung 9: Temperaturverlauf des Kühlwassers

Betrachten wir zuerst den Kühlvorgang. Hier ist besonders auffällig, dass trotz konstanter Kühlung ein Sprung von Minusgraden zu 0°C stattfindet, und dann ein Plateaubereich folgt, bei dem sich die Temperatur nicht ändert. Das ist auf die so genannte 'latente Wärme' $\lambda \approx 335\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{g}}$ des Wassers zurückzuführen. Während das Wasser zuerst unter die 0°C sinkt, ist es weiterhin flüssig. Sobald die Eisbildung beginnt, springt die Temperatur schlagartig auf 0°C. Durch die latente Wärme, die nun beim gefrieren freigegeben wird, bleibt die Temperatur für den Plateaubereich im Bereich von 0°C. Sobald die ganze latente Wärme freigegeben wurde und das Wasser vollständig gefroren ist, sinkt die Temperatur weiter. Das selbe Phänomen sieht man auch bei dem

Heizvorgang. Bei etwas über 0°C pausiert der Anstieg der Temperatur für eine kurze Weile. Das liegt daran, dass die ganze Wärme, die hinzugefügt wird, in latente Wärme umgewandelt wird und so zum Schmelzvorgang beiträgt und nicht zum erhitzen. Sobald alles Eis geschmolzen ist, steigt die Temperatur wieder rasant an, bis sie sich der nächsten Barriere annähert: den 100°C. Hier ist es wieder ähnlich: Die Wärme wird dem Siedevorgang hinzugefügt. Hier kommt jedoch auch noch erschwerend hinzu, dass das Wasser, welches bereits im gasförmigen Zustand ist, verdampft und somit Kontakt mit dem Thermometer verringert wird. Deswegen nähert es sich den 100°C nur an. An dem Temperaturverlauf des Kühlwassers sehen wir, dass die Temperaturdifferenz nahezu konstant bleibt. Wir können also davon ausgehen, dass die Kühlleistung des Motors konstant geblieben ist und das Verhalten der Wassertemperatur nicht auf verschiedene Kühlung zurückzuführen ist.
Die Kälteleistung können wir nun aus der latenten Wärme, sowie der Dauer zum Gefrieren berechnen. Die Formel lautet:

$$P_K = \frac{\lambda \rho_w V_w}{t} \tag{15}$$

$$\Delta P_K = P_K \sqrt{\left(\frac{\Delta V_w}{V_w}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2} \tag{16}$$

Unsere Kälteleistung ist dann:

$$\boxed{P_K = (1.36 \pm 0.28)\text{W}}$$

3.3 Auswertungsaufgabe 3

Als nächstes bestimmen wir aus der Leerlaufmessung bei Betrieb des Motors einige interessante Werte. Diese geben wir hier mitsamt der Formel tabellarisch an. Die Formel für den Fehler wird aus Platzgründen nicht noch einmal explizit angegeben, jedoch wird er einfach nach Gauß relativ berechnet. Die Formel ist also immer nach
$\Delta f(x_i) = f(x_i)\sqrt{\sum_i \left(\frac{\Delta x_i}{x_i}\right)^2}$
gegeben. Die Tabelle lautet:

Größe	Formel	Wert
f	–	(4.70 ± 0.03)Hz
P_{el}	$P_{el} = I_H U_H$	(190 ± 13)W
Q_{el}	$Q_{el} = P_{el}/f$	(40.4 ± 2.9)J
P_{ab}	$P_{ab} = \dot{V}\rho_w c_w T_{diff}$	(88.2 ± 2.8)W
Q_{ab}	$Q_{ab} = P_{ab}/f$	(18.8 ± 0.6)J
P_{pV}	$P_{pV} = \bar{A}/f$	(12.4 ± 0.3)W
Q_{pV}	$Q_{pV} = \bar{A}$	(2.63 ± 0.07)J
η_{th}	$\eta_{th} = Q_{pV}/Q_{el}$	(0.065 ± 0.004)J

Tabelle 2: Ergebnisse der Leerlaufmessung

Damit können wir nun $Q_V = Q_{el} - Q_{ab} - Q_{pV}$ berechnen. Der Fehler ergibt sich aus quadratischer Addition der Einzelfehler.

$$\boxed{Q_V = (19.0 \pm 2.9)\text{J}}$$

Nun wollen wir noch aus der Drehmomentmessung die mechanische Arbeit W_D über das Drehmoment bestimmen. Das können wir mittels der Formel:

$$W_D = 2\pi l F \tag{17}$$

$$\Delta W_D = W_D \sqrt{\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta F}{F}\right)^2} \tag{18}$$

Dabei haben wir $l = (25.0 \pm 0.5)$cm aus dem Skript übernommen und den Fehler geschätzt. W_{pV} ergibt sich wieder mit $W_{pV} = \bar{A}$. η_{th} ist wie bereits vorher $\eta_{th} = W_{pV}/Q_{el}$ und η_{eff} ist laut Skript: $\eta_{eff} = W_D/Q_{el}$. Tabellarisch aufgetragen erhalten wir dann:

Größe	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Messung 4
F[N]	0.70 ± 0.03	0.60 ± 0.03	0.45 ± 0.03	0.10 ± 0.03
f [Hz]	3.77 ± 0.03	3.90 ± 0.03	4.12 ± 0.03	4.82 ± 0.03
W_D[J]	1.10 ± 0.05	0.94 ± 0.05	0.71 ± 0.05	0.16 ± 0.05
W_{pV}[J]	2.85 ± 0.23	3.21 ± 0.06	3.24 ± 0.08	2.893 ± 0.012
η_{th}	0.057 ± 0.006	0.066 ± 0.005	0.070 ± 0.005	0.073 ± 0.005
η_{eff}	0.0218 ± 0.0019	0.0194 ± 0.0017	0.0153 ± 0.0015	0.0040 ± 0.0012

Tabelle 3: Bremszaummessung

Die Fehler sind nach dem selben Schema wie in Tabelle 2 entstanden. Plotten wir nun die jeweiligen Wirkungsgrade gegenüber der Frequenz ergibt sich folgendes Bild:

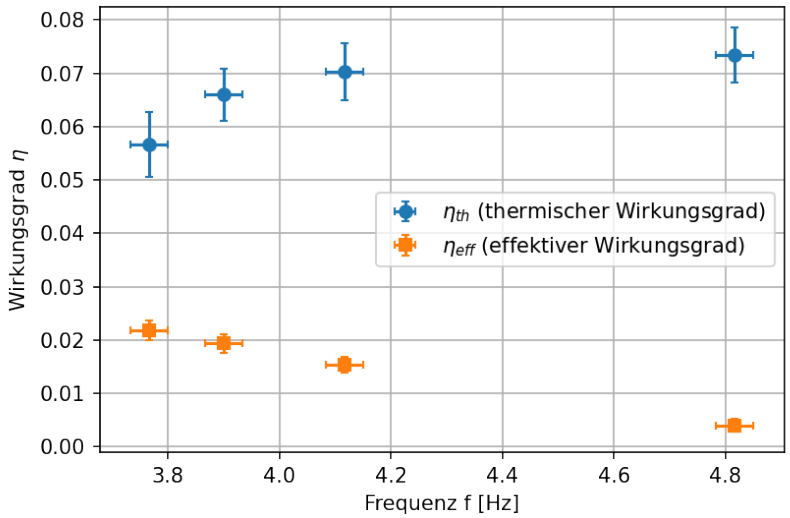


Abbildung 10: Wirkungsgrade gegenüber der Frequenz

4 Zusammenfassung und Diskussion

Zu Beginn des Versuches haben wir den Motor als Kältemaschiene betrieben. Dabei haben wir unsere Daten verwendet, um Q_1, Q_2 und anschließend auch den erwarteten Wert W_M aus der Leistung des Motors und den experimentellen Wert W_{exp} aus der Kompensationsmessung mit der Heizwendel bestimmen. Die Werte lauteten:

$\boxed{Q_1 = (12.0 \pm 0.6)\text{J}}$
$\boxed{Q_2 = (6.9 \pm 0.5)\text{J}}$
$\boxed{W_M = (11.4 \pm 0.5)\text{J}}$
$\boxed{W_{exp} = (5.1 \pm 0.7)\text{J}}$

Der Wirkungsgrad der Kältemaschine lautete also:

$\boxed{\eta = (0.60 \pm 0.05)}$

Anschließend haben wir die Kälteleistung des Motors einmal wieder aus den Strom- und Spannungsverhältnissen und einmal aus der Gefrierdauer von 1ml Wasser bestimmt. Die Ergebnisse hier lauteten:

$\boxed{P_{theo} = (33.3 \pm 2.4)\text{W}}$
$\boxed{P_{wasser} = (1.36 \pm 0.28)\text{W}}$

Im letzten Versuchsteil haben wir schließlich den Motor als Wärmekraftmaschiene betrieben und den Wirkungsgrad erneut ausgerechnet. Einmal durch theoretische Überlegungen und einmal über Berechnungen mit dem tatsächlich ausgeübten Drehmoment. Diese haben wir gegenüber der Frequenz geplottet. Wir konnten außerdem die Verlustwärme berechnen. Diese lautete:

$\boxed{Q_V = (19.0 \pm 2.9)\text{J}}$

Wenn wir nun zuerst die Werte für W_M miteinander vergleichen, unter Verwendung folgender Formel:

$$\sigma = \frac{|x - y|}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}} \tag{19}$$

Wobei x und y die zu vergleichenden Werte sind, erhalten wir eine Abweichung von:

$\boxed{\sigma_W = 7.3}$

Also eine deutliche Abweichung. Das ist darauf zurückzuführen, dass bei der Berechnung von W_{exp} davon ausgegangen wurde, dass alle Wärme durch das Kühlwasser abgetragen wird. Da allerdings durch Wärmestrahlung oder allgemein Wärmeübertrag an die Umgebung vor allem bei höheren Temperaturen definitiv nicht zu vernachlässigen ist, kommt es hier zu großen unterschieden. Eine ebenfalls denkbare Fehlerquelle ist die Tatsache, dass wir Aufgrund von einem falschen Durchführen des ersten Versuchs-

teils (es konnte kein Druck aufgebaut werden, da ein Rohr nicht angeschlossen war), den zweiten Versuchsteil nicht selbst durchgeführt haben und so die Daten zum Motor nicht tatsächlich unser eigener war. Allerdings gehe ich nicht davon aus, dass dieser so groß andere Einstellungen hatte. Der größte Fehler wird wirklich auf die nicht wirklich gute Wärmeleitung zurückzuführen sein.
Ähnlich auch bei einem Vergleich unserer Kälteleistungen. Vergleichen wir hier den theoretischen mit dem tatsächlichen Wert, erhalten wir einen noch drastischeren Unterschied von:

$\boxed{\sigma_P = 13.2}$

Prinzipiell ist das aber auf den selben Grund zurückzuführen. Wir sind bei der experimentellen Berechnung davon ausgegangen, dass die vollständige Kälteleistung zum gefrieren des Wassers beiträgt. Da der Motor allerdings auch um das Reagenzglas herum gekühlt hat und somit sehr viel Kälte an die Umgebungsluft abgegeben hat, kam viel weniger Leistung beim Wasser an, als vom Motor ausgegeben werden sollte. Außerdem hat die Umgebungsluft sicherlich auch das Wasser wieder erwärmt. Trotzdem konnten wir den erwarteten Temperaturverlauf erkennen (v.A. waren die Plateaus beim Schmelzen und Gefrieren gut sichtbar). Ein großer Verlust der Leistung war quasi auch schon zu erwarten.
Schauen wir uns nun noch die Ergebnisse der letzten Messung an, so erkennen wir, dass der effektive Wirkungsgrad deutlich unter dem thermischen liegt. Zudem werden die Unterschiede größer, je mehr man die Frequenz erhöht. Das ist auf die Reibung am Drehmomentzaum zurückzuführen. Diese Verluste an Wärme werden mit einem erhöhen der Frequenz immer größer, weshalb die Drehmomentmessung einen wesentlich kleineren Wirkungsgrad aufweist als das pV-Diagramm vermuten lassen würde. Also auch dieses Ergebnis war zu erwarten.
Alles in allem haben also unsere Ergebnisse gut die Erwartungen widergespiegelt und wir konnten uns mit dem Heißluftmotor besser vertraut machen. Ich denke nicht, dass man die Abweichungen komplett aufheben könnte, ohne den Aufbau drastisch zu verändern, aber zum Beispiel ein isolierenderes Material um die kritischen Teile des Motors, sowie eventuell Material, welches Wärmestahlung zurück reflektiert wären denkbare Anpassungen. Auch könnte man versuchen die Reibungsverluste am Bremszaum zu reduzieren, allerdings kann man diese nicht wirklich gut reduzieren, da man die Reibung ja braucht um die Messung überhaupt machen zu können.

5 Anhang

Versuch 222

March 5, 2025

[1]:
```
#imports
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import scipy.constants as c
from scipy.optimize import curve_fit
```

[2]:
```
#Dateipfade
FILE_PATH = "placeholder" #nicht gebraucht
OUTPUT_DIRECTORY = "../Plots/Versuch 222/"
```

[3]:
```
#allgemeine Werte
c_w = 4.184e3 #J/kg*K
rho_w = 997 #kg/m^3
```

Aufgabe 1

[4]:
```
#Daten aus dem Messprotokoll
I_H = 5.85 #A
Delta_I_H = I_H * 0.05 #A
U_H = 5.7 #V
Delta_U_H = U_H * 0.05 #V
f = 292/60 #Hz
Delta_f = 2/60 #Hz
T_zu = 17.3 + 273.15 #K
Delta_T_zu = 0.1 #K
T_ab = 20.4 + 273.15 #K
Delta_T_ab = 0.1 #K
dotV = 270e-6/60 #m^3/s
Delta_dotV = 3e-6/60 #m^3/s
T_diff = T_ab-T_zu
Delta_T_diff = np.sqrt(Delta_T_zu**2 + Delta_T_ab**2)

#Bereits für Aufgabe 2
I_M = 11.5/5 #A
Delta_I_M = 0.1 #A
U_M = 24.1 #V
Delta_U_M =0.1 #V
```

[5]:
```
#Leistung der Heizwendel
P_H = U_H * I_H
Delta_P_H = np.sqrt((I_H*Delta_U_H)**2 + (U_H*Delta_I_H)**2)
#Wärme pro Zyklus von Heizwendel
Q_2 = P_H/f
Delta_Q_2 = np.sqrt((Delta_P_H/f)**2 + (P_H*Delta_f/(f**2))**2)
#Leistung des Motors mit Daten aus 2
P_M = U_M * I_M
Delta_P_M = np.sqrt((I_M*Delta_U_M)**2 + (U_M*Delta_I_M)**2)
#Wärme pro Zyklus des Motors mit Daten aus 2
W_M = U_M * I_M / f
Delta_W_M = W_M * np.sqrt((Delta_U_M/U_M)**2 + (Delta_I_M/I_M)**2 + (Delta_f/
↪f)**2)
#Wärmemenge Q_1
Q_1 = c_w * rho_w * T_diff * dotV / f
Delta_Q_1 = Q_1 * np.sqrt((Delta_T_diff/T_diff)**2 + (Delta_dotV/dotV)**2 +␣
↪(Delta_f/f)**2)
#Leistung des Motors aus Messungen
W_M2 = Q_1 - Q_2
Delta_W_M2 = np.sqrt((Delta_Q_1)**2 + (Delta_Q_2)**2)
#Wirkungsgrad
eta = Q_2 / W_M
Delta_eta = eta * np.sqrt((Delta_Q_2/Q_2)**2+(Delta_W_M/W_M)**2)

print(eta, Delta_eta)
```

```
0.6015695471766191 0.05033596200739377
```

Aufgabe 2

[6]:
```
#Daten aus Messprotokoll
V = 1e-6 #m^3
Delta_V = 0.2e-6 #m^3
t = 245 #s
Delta_t = 10 #s
lamb = 335e3 #J/kg

P_K = lamb * rho_w * V / t
Delta_P_K = P_K * np.sqrt((Delta_V/V)**2 + (Delta_t/t)**2)
print(P_K, Delta_P_K)
```

```
1.3632448979591838 0.2782688815672101
```

Aufgabe 3

[7]:
```
I_H = 13.8 #A
Delta_I_H = I_H * 0.05 #A
U_H = 13.77 #V
```

```
Delta_U_H = U_H * 0.05 #V
dotV = (270e-6)/60 #m^3/s
Delta_dotV = (3e-6)/60 #m^3/s
T_zu = 17.5 + 273.15 #K
Delta_T_zu = 0.1 #K
T_ab = 22.2 + 273.15 #K
Delta_T_ab = 0.1 #K
T_diff = np.abs(T_ab-T_zu) #K
Delta_T_diff = np.sqrt(Delta_T_zu**2 + Delta_T_ab**2) #K
f = 282/60 #Hz
Delta_f = 2/60 #Hz
barA = 26300e-4
Delta_barA = 700e-4
```

[8]:
```
P_el = U_H * I_H
Delta_P_el = np.sqrt((I_H*Delta_U_H)**2 + (U_H*Delta_I_H)**2)
Q_el = P_el/f
Delta_Q_el = Q_el * np.sqrt((Delta_f/f)**2 + (Delta_P_el/P_el)**2)
P_ab = dotV * rho_w * c_w * T_diff
Delta_P_ab = P_ab * np.sqrt((Delta_dotV/dotV)**2 + (Delta_T_diff/T_diff)**2)
Q_ab = P_ab/f
Delta_Q_ab = Q_ab * np.sqrt((Delta_P_ab/P_ab)**2 + (Delta_f/f)**2)
P_pV = barA * f
Delta_P_pV = P_pV * np.sqrt((Delta_barA/barA)**2 + (Delta_f/f)**2)
Q_pV = barA
Delta_Q_pV = Delta_barA
eta_th = Q_pV / Q_el
Delta_eta_th = eta_th * np.sqrt((Delta_Q_pV/Q_pV)**2 + (Delta_Q_el/Q_el)**2)
Q_V = Q_el - Q_ab - Q_pV
Delta_Q_V = np.sqrt((Delta_Q_el)**2 + (Delta_Q_ab)**2 + (Delta_Q_pV)**2)

print("f:", f, Delta_f)
print("P_el:", P_el, Delta_P_el)
print("Q_el:", Q_el, Delta_Q_el)
print("P_ab:", P_ab, Delta_P_ab)
print("Q_ab:", Q_ab, Delta_Q_ab)
print("P_pV:", P_pV, Delta_P_pV)
print("Q_pV:", Q_pV, Delta_Q_pV)
print("eta_th:", eta_th, Delta_eta_th)
print("Q_V:", Q_V, Delta_Q_V)
```

```
f: 4.7 0.03333333333333333
P_el: 190.026 13.43686732017549
Q_el: 40.431063829787234 2.873252057104137
P_ab: 88.2261251999998 2.8299055270145677
Q_ab: 18.771515999999956 0.616650193116115
P_pV: 12.361 0.34047972692136086
```

```
Q_pV: 2.63 0.07
eta_th: 0.06504899329565428 0.00493631824361953
Q_V: 19.02954782978728 2.9395126882398883
```

[9]:
```
F = np.array([0.7, 0.6, 0.45, 0.1]) #N
Delta_F = np.full_like(F, 0.03) #N
f = np.array([226,234,247,289])/60 #Hz
Delta_f = np.full_like(f, 2)/60 #Hz
barA = np.array([28500,32100,32400,28930])*1e-4 #J
Delta_barA = np.array([2300,600,800,120])*1e-4 #J
I_H = 13.8 #A
Delta_I_H = I_H * 0.05 #A
U_H = 13.75 #V
Delta_U_H = U_H * 0.05 #V
l = 25e-2 #m
Delta_l = 0.5e-2 #m
```

[10]:
```
P_el = U_H * I_H
Delta_P_el = np.sqrt((I_H*Delta_U_H)**2 + (U_H*Delta_I_H)**2)
Q_el = P_el/f
Delta_Q_el = Q_el * np.sqrt((Delta_f/f)**2 + (Delta_P_el/P_el)**2)
W_D = 2 * np.pi * l * F
Delta_W_D = W_D * np.sqrt((Delta_l/l)**2 + (Delta_F/F)**2)
W_pV = barA
Delta_W_pV = Delta_barA
eta_th = W_pV/Q_el
Delta_eta_th = eta_th * np.sqrt((Delta_W_pV/W_pV)**2 + (Delta_Q_el/Q_el)**2)
eta_eff =  W_D/Q_el
Delta_eta_eff = eta_eff * np.sqrt((Delta_W_D/W_D)**2 + (Delta_Q_el/Q_el)**2)

print("P_el:", P_el, Delta_P_el)
print("Q_el:", Q_el, Delta_Q_el)
print("W_D:", W_D, Delta_W_D)
print("W_pV:", W_pV, Delta_W_pV)
print("eta_th:", eta_th, Delta_eta_th)
print("eta_eff:", eta_eff, Delta_eta_eff)
```

```
P_el: 189.75 13.41735117301474
Q_el: [50.37610619 48.65384615 46.09311741 39.39446367] [3.58991693 3.46538752
3.28057514 2.79891833]
W_D: [1.09955743 0.9424778  0.70685835 0.15707963] [0.05200261 0.05075398
0.04919879 0.04722849]
W_pV: [2.85  3.21  3.24  2.893] [0.23  0.06  0.08  0.012]
eta_th: [0.05657444 0.06597628 0.07029249 0.07343671] [0.00609091 0.0048583
0.00529542 0.00522645]
eta_eff: [0.02182696 0.01937109 0.01533544 0.00398735] [0.00186682 0.00172968
0.00152663 0.00123188]
```

[11]:
```
plt.figure(dpi=150)
plt.errorbar(f, eta_th, xerr = Delta_f, yerr=Delta_eta_th, fmt='o',␣
 ↪label="$\eta_{th}$ (thermischer Wirkungsgrad)", capsize=2)
plt.errorbar(f, eta_eff, xerr = Delta_f, yerr=Delta_eta_eff, fmt='s',␣
 ↪label="$\eta_{eff}$ (effektiver Wirkungsgrad)", capsize=2)

plt.xlabel("Frequenz f [Hz]")
plt.ylabel("Wirkungsgrad $\eta$")
plt.legend()
plt.grid()
plt.savefig(OUTPUT_DIRECTORY + 'Plot1.png')
plt.show()
```

